Conjuntos – PARTE II

Raquel de Souza Francisco Bravo

e-mail: raquelbr.ic@gmail.com

30 de março de 2017

Conteúdo:

- Conjunto universo
- Diagramas de Venn
- Operações e propriedades
- Identidades básicas

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\}$$

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\}$$

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\} = \{6\}$$

Introdução

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\} = \{6\}$$

- Outra notação:

$$\mathbf{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 36\}$$

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, U , é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, $\mathbf{U}$, é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Notação:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid P(x)\}$$

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, $\mathbf{U}$, é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Notação:

$$\mathbf{A} = \{\underbrace{x \in \mathbf{U}} \mid P(x)\}$$

o conjunto $\mathbf{A}$

está constituído

pelos elementos x pertencentes ao conjunto universo U (universo)

tal que

x pertence a P(x)

Diagramas de Venn:

- Característica: representação visual de conjuntos, suas operações e relações.

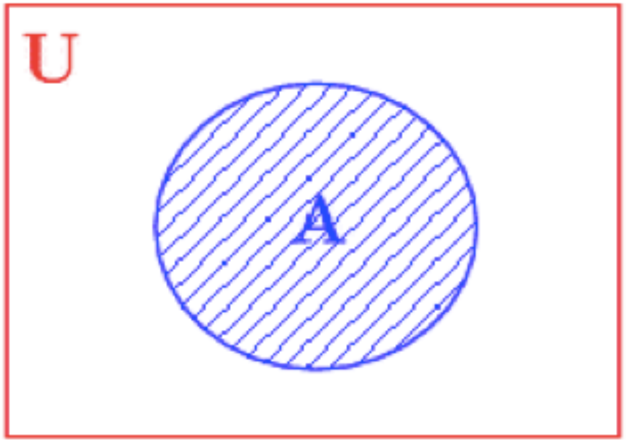
- Referência Histórica: matemático inglês John Venn (Século XIX).

Representação visual

- O conjunto universo **U** é representado por um retângulo e os subconjuntos próprios por regiões circulares dentro do retângulo.

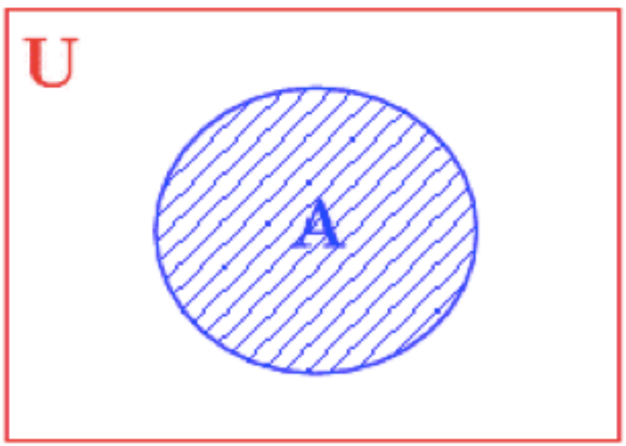
Representação visual

- O conjunto universo **U** é representado por um retângulo e os subconjuntos próprios por regiões circulares dentro do retângulo.



Representação visual

- O conjunto universo **U** é representado por um retângulo e os subconjuntos próprios por regiões circulares dentro do retângulo.



$A \subset U$

Exemplo:

$$\mathbf{U} = \mathbb{N}$$

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 100\} \qquad (x \geq 10 \text{ e } x \leq 100)$$

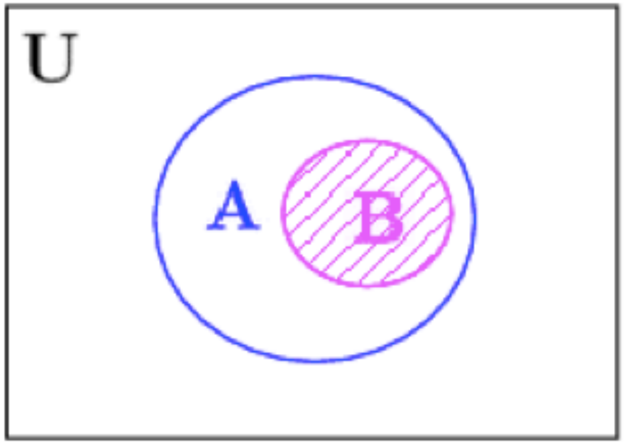
$$\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 50\}$$

Exemplo:

$$U = \mathbb{N}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 100\} \qquad (x \geq 10 \text{ e } x \leq 100)$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 50\}$$

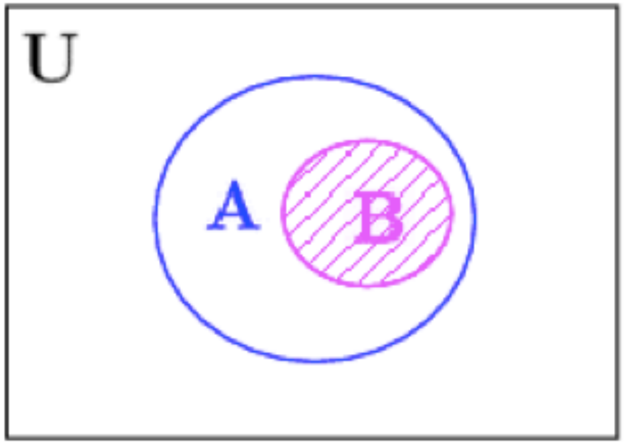


Exemplo:

$\mathbf{U} = \mathbb{N}$

$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 100\}$ $\qquad (x \geq 10 \text{ e } x \leq 100)$

$\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 50\}$



$\mathbf{B} \subset \mathbf{A} \subset \mathbf{U}$

Operações e propriedades:

Vamos definir as operações:

- União
- Interseção
- Diferença
- Complemento

Definição de união:

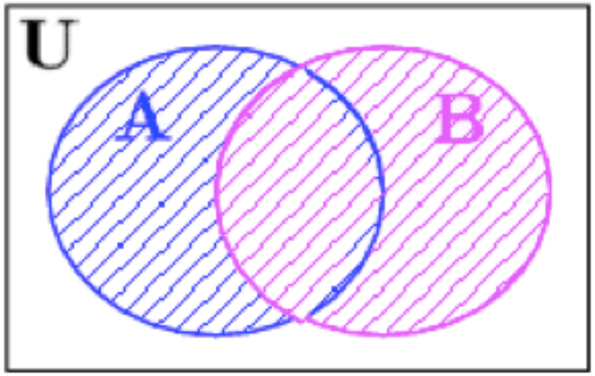
Sejam A e B subconjuntos de U.

- A união de A e B, que denotamos por $A \cup B$, é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A ou que pertencem ao conjunto B.

Definição de união:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A união de A e B, que denotamos por $A \cup B$, é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A ou que pertencem ao conjunto B.

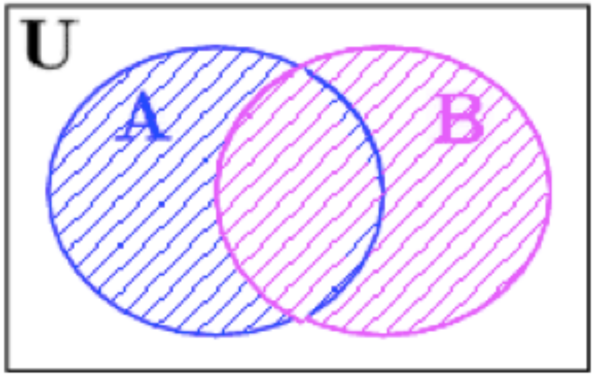


$A \cup B =$

Definição de união:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A união de A e B, que denotamos por $A \cup B$, é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A ou que pertencem ao conjunto B.



$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathrm{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} =$$

$$A \cup B = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Exemplo 1:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

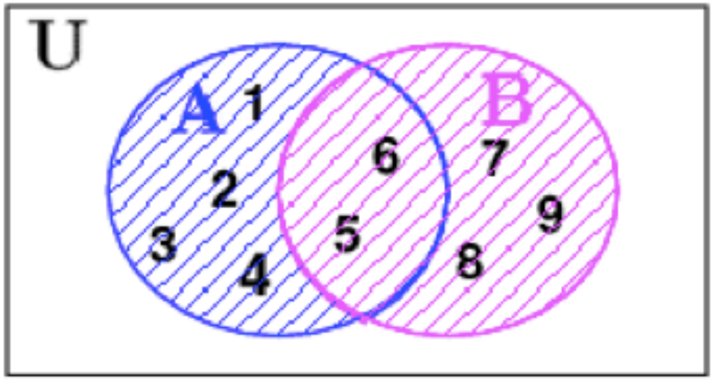
$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



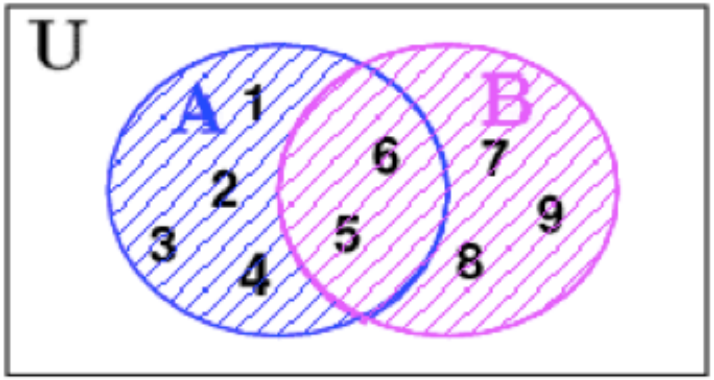
$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \cup \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

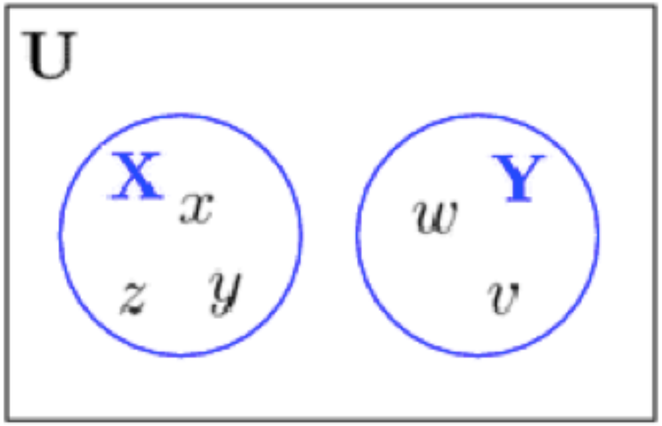
$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$

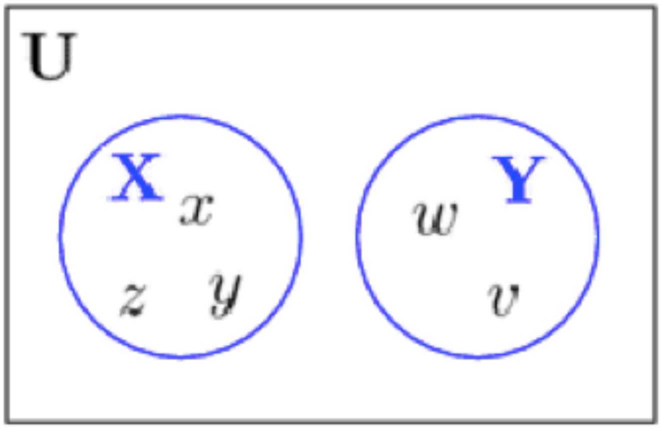


$$\mathbf{X} \cup \mathbf{Y} =$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$



$$\mathbf{X} \cup \mathbf{Y} = \{x, y, z, w, v\}$$

Exemplo 3:

$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$

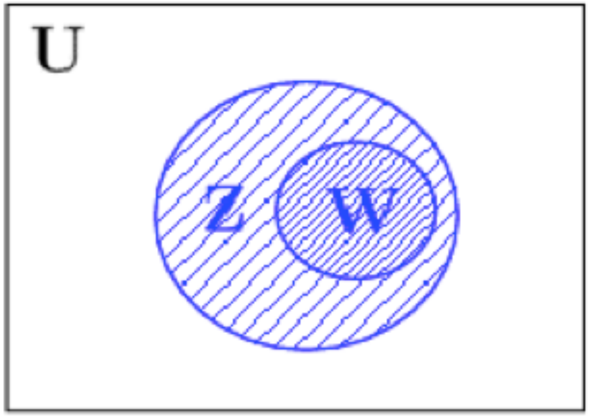
Exemplo 3:

$\mathbf{U}$ = conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cup \mathbf{W} =$

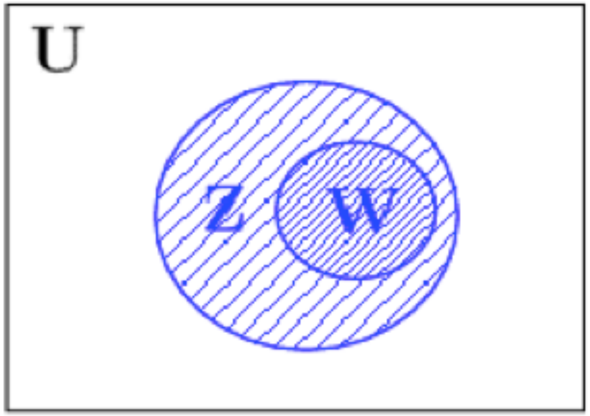
Exemplo 3:

$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cup \mathbf{W} = \{x \in \mathrm{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B}$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{então}}{\Rightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

então

e

$$A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

Propriedade:

$$\left.\begin{array}{l} A \subseteq B \underset{\text{então}}{\Rightarrow} A \cup B = B \\ \\ \text{e} \\ \\ A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B \end{array}\right\} \quad A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

então

e

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

se e somente se
(equivalente)

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

então

e

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

se e somente se
(equivalente)

- **Observação:**

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos: $\mathbf{A} \cup \mathbf{A}$

Propriedade:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{então}}{\Rightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \\ \quad\quad\quad \textbf{e} \\ \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \end{array}\right\} \quad \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{se e somente se (equivalente)}}{\Leftrightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

- Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos: $\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$

Propriedade:

$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$

então

e

$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$

$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$

se e somente se
(equivalente)

Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos: $\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$

$\mathbf{A} \cup \varnothing$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

então

e

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

se e somente se
(equivalente)

- Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos: $\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} \cup \varnothing = \mathbf{A}$$

Definição de interseção:

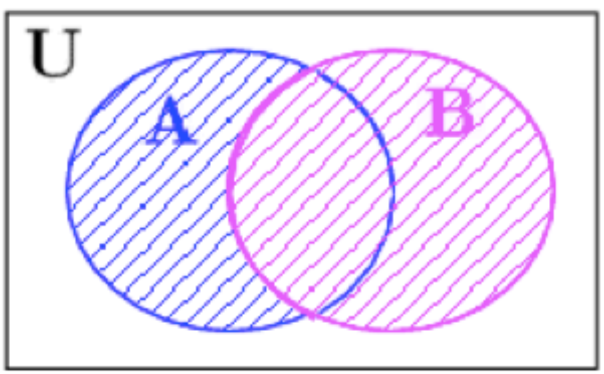
Sejam A e B subconjuntos de U.

- A interseção de A e B que denotamos por $A \cap B$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B.

Definição de interseção:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A interseção de A e B que denotamos por $A \cap B$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B.

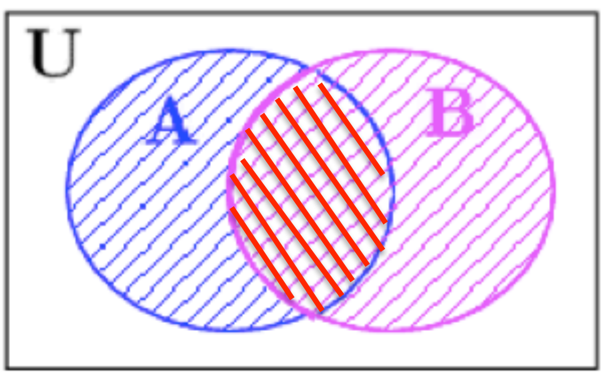


$A \cap B =$

Definição de interseção:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A **interseção** de A e B que denotamos por $A \cap B$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B.

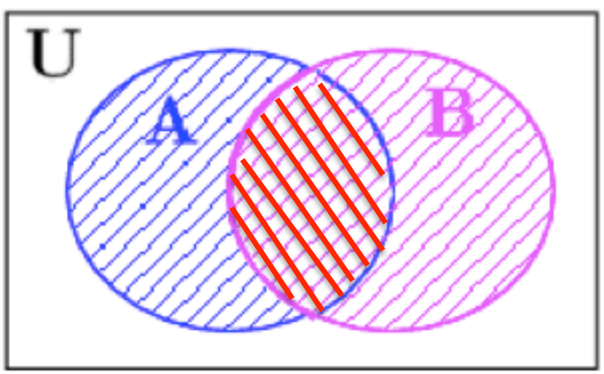


$A \cap B =$

Definição de interseção:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A interseção de A e B que denotamos por $A \cap B$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B.



$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

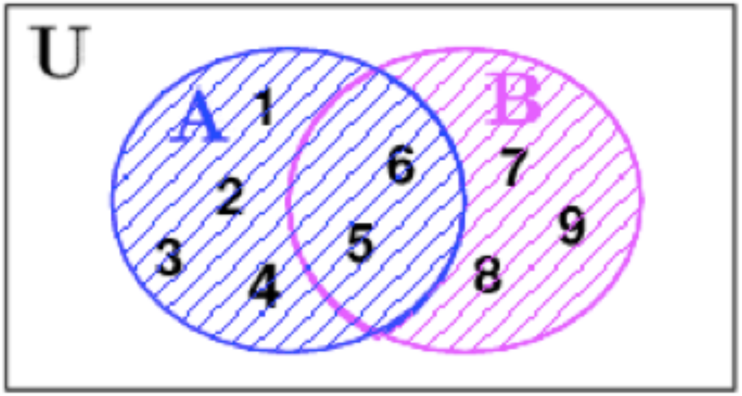
$$\mathrm{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$



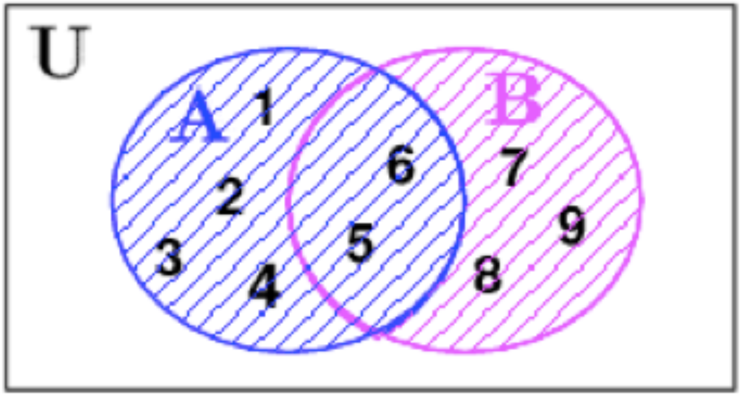
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} =$$

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo 1:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$



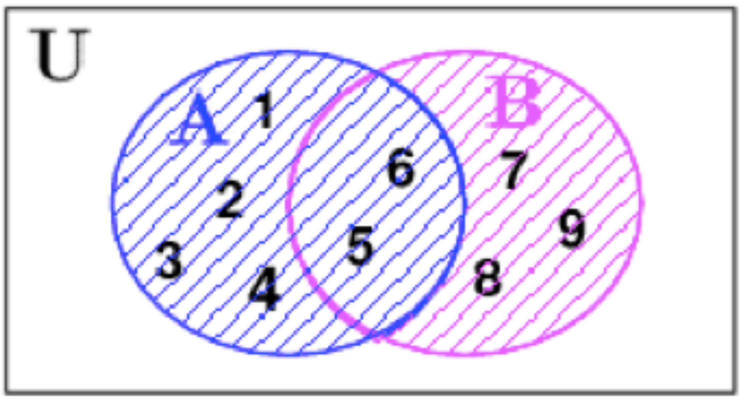
$$A \cap B = \{5, 6\}$$

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo 1:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$



$$A \cap B = \{5, 6\}$$

Propriedade:

$$A \cap B \subseteq A \quad \text{e} \quad A \cap B \subseteq B$$

Exemplo 2:

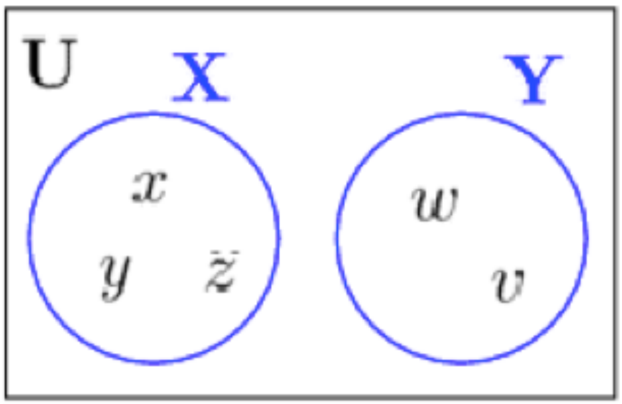
$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$

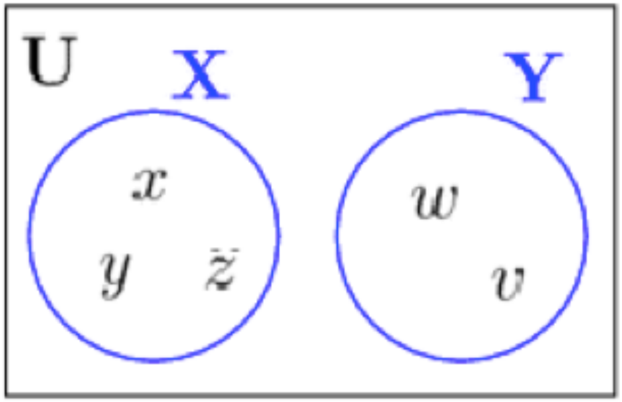


$$\mathbf{X} \cap \mathbf{Y} =$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$



$$\mathbf{X} \cap \mathbf{Y} = \varnothing$$

Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{ conjunto das pessoas}$$

$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{ conjunto das pessoas}$$

$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

$$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$$

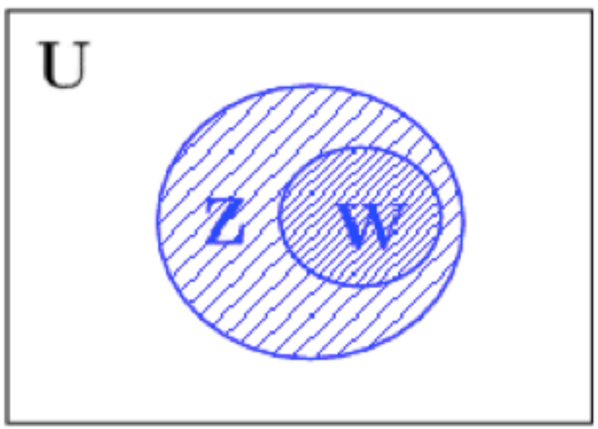
Exemplo 3:

$\mathbf{U} =$ conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cap \mathbf{W} =$

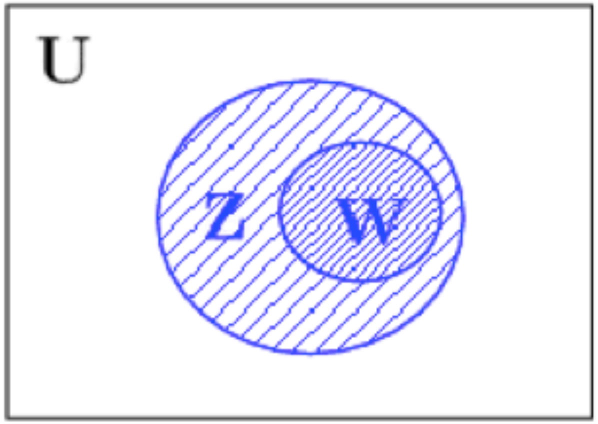
Exemplo 3:

$\mathbf{U} =$ conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cap \mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

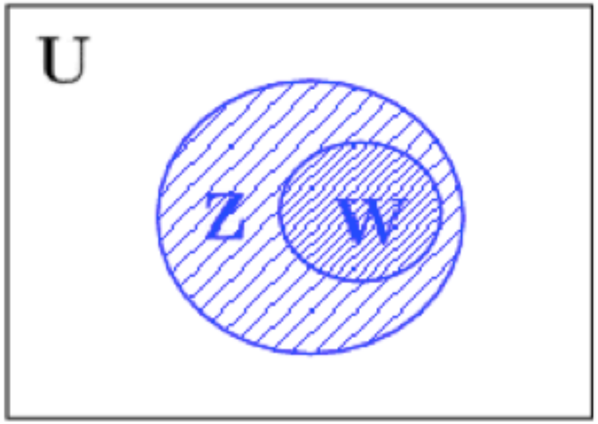
Exemplo 3:

$\mathbf{U} =$ conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cap \mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$= \mathrm{W}$

Propriedade:

$$A \subseteq B$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{A}$$

- Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos:

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{A}$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

- Observação:

Seja $A \subseteq U$, temos:

$$A \cap A = A$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

- Observação:

Seja $A \subseteq U$, temos:

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \varnothing$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

- Observação:

Seja $A \subseteq U$, temos:

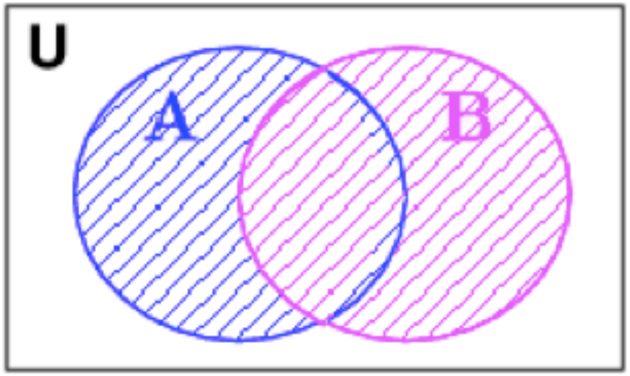
$$A \cap A = A$$

$$A \cap \varnothing = \varnothing$$

Definição de diferença:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A diferença de A e B que denotamos por A - B é o conjunto formado por todos os elementos que estão em A mas não estão em B.

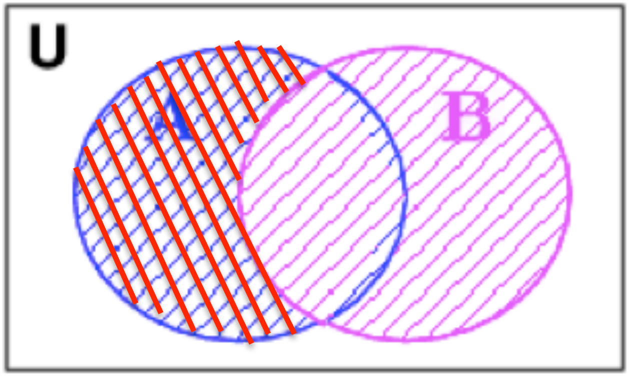


A – B

Definição de diferença:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A **diferença** de A e B que denotamos por $A - B$ é o conjunto formado por todos os **elementos** que estão em A mas **não estão** em B.

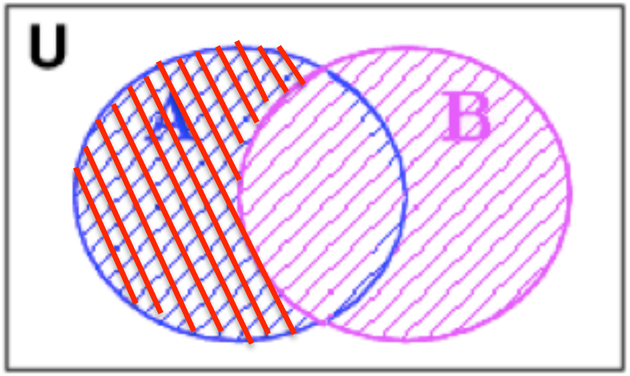


$A - B$

Definição de diferença:

Sejam A e B subconjuntos de U.

- A diferença de A e B que denotamos por A - B é o conjunto formado por todos os elementos que estão em A mas não estão em B.



$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

Exemplo 1:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$\mathbf{A}-\mathbf{B} =$

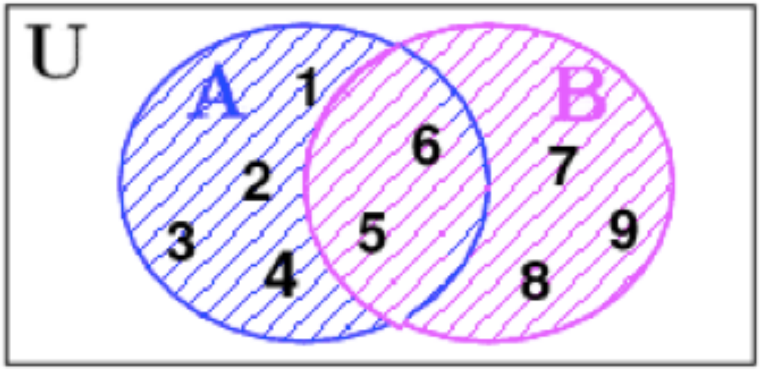
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

Exemplo 1:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$\mathbf{A} - \mathbf{B} =$



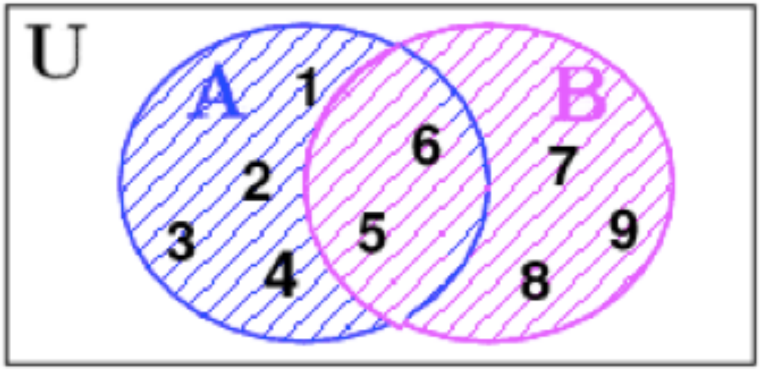
$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

Exemplo 1:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4\}$



$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

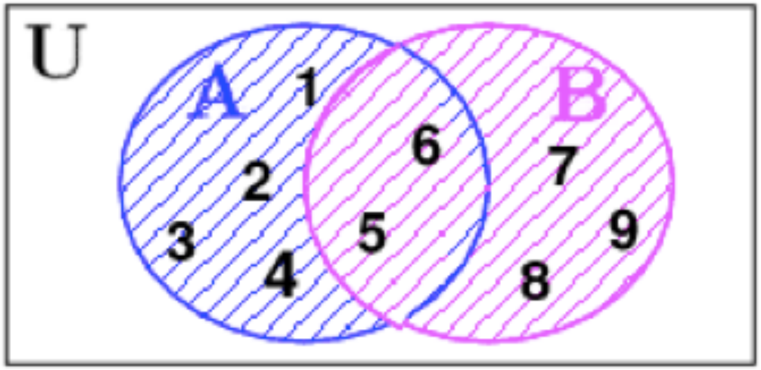
$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

Exemplo 1:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4\}$

$\mathbf{B}-\mathbf{A} =$



$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

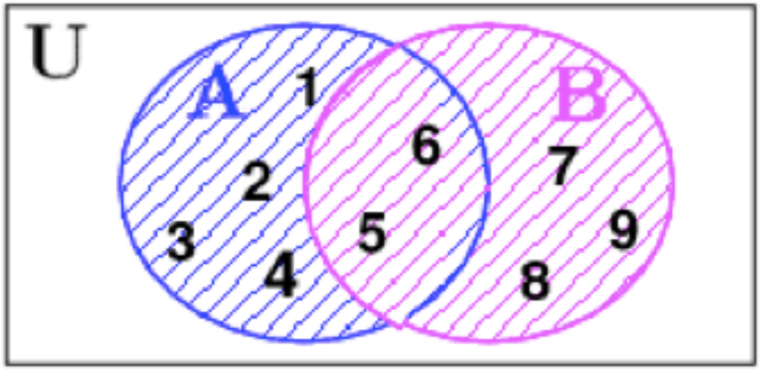
$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

Exemplo 1:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{7, 8, 9\}$$



Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

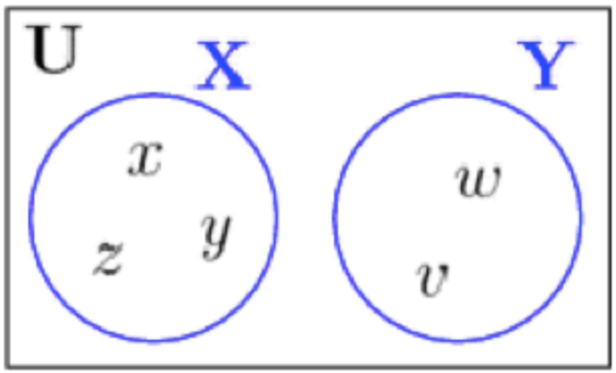
$$\mathbf{X} = \{x, y, z\} \qquad \mathbf{Y} = \{w, v\}$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\} \qquad \mathbf{Y} = \{w, v\}$$



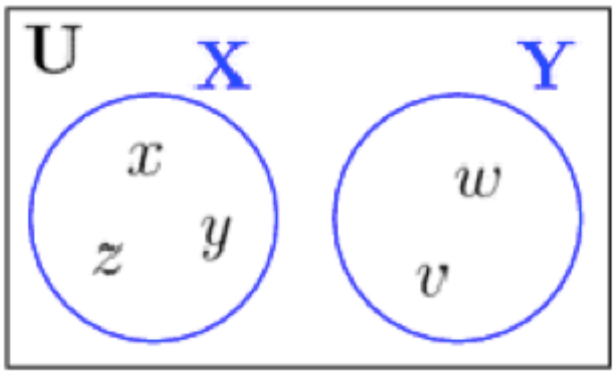
$$\mathbf{X} - \mathbf{Y} =$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \text{ e } \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$ $\mathbf{Y} = \{w, v\}$



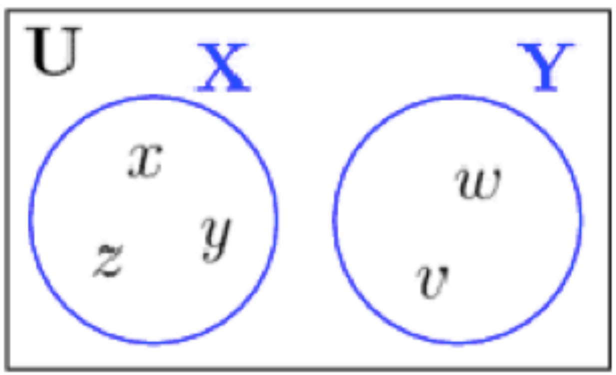
$$\mathbf{X} - \mathbf{Y} = \mathbf{X}$$

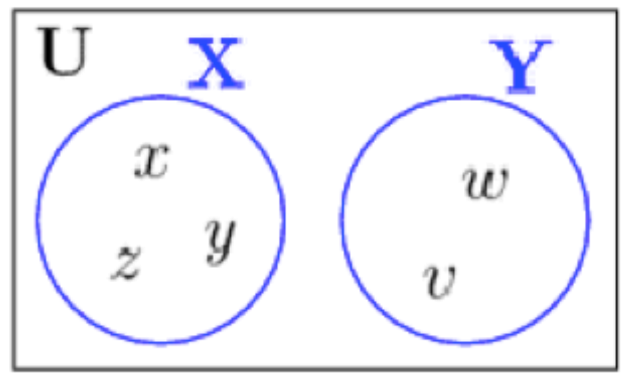
Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \;\; \text{e} \;\; \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$ $\quad$ $\mathbf{Y} = \{w, v\}$





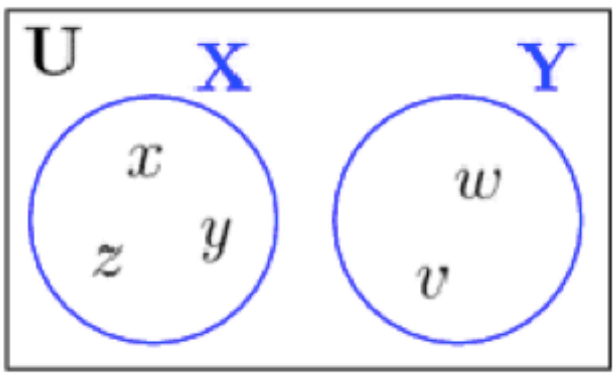
$\mathbf{X} - \mathbf{Y} = \mathbf{X}$ $\quad$ $\mathbf{Y} - \mathbf{X} =$

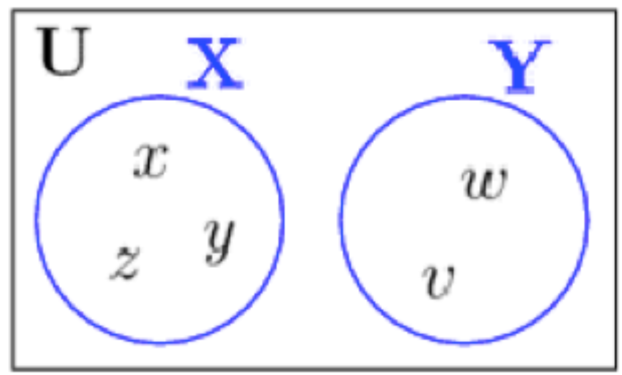
Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\} \qquad \mathbf{Y} = \{w, v\}$$





$$\mathbf{X} - \mathbf{Y} = \mathbf{X} \qquad \mathbf{Y} - \mathbf{X} = \mathbf{Y}$$

Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$$

$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

$$\mathbf{Z} - \mathbf{W} =$$

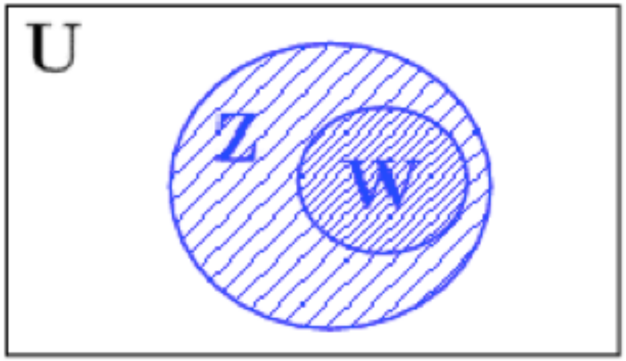
Exemplo 3:

$\mathbf{U}$ = conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$\mathbf{Z} - \mathbf{W} =$



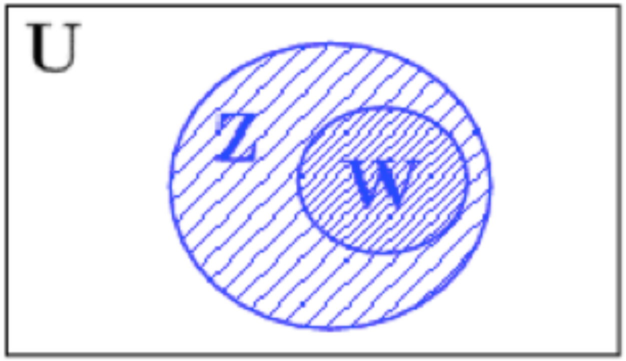
Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$$

$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

$$\mathbf{Z} - \mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75 \text{ e } x < 1,90\}$$



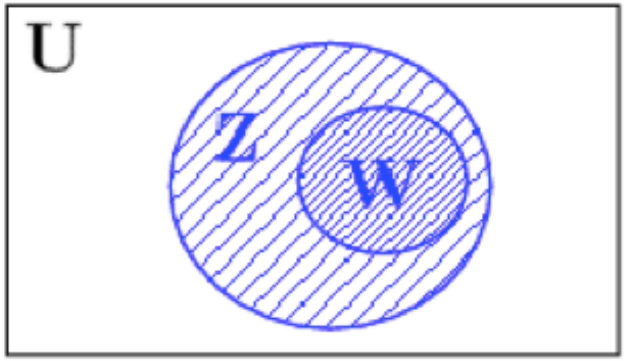
Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$$

$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

$$\mathbf{Z} - \mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75 \text{ e } x < 1,90\}$$



Faça $\mathbf{W} - \mathbf{Z}$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \varnothing$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} - \mathbf{B} = \varnothing$$

- Observação:

Seja $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{U}$, temos:

$$\mathbf{A} - \mathbf{A}$$

Propriedade:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \varnothing$$

- Observação:

Seja $A \subseteq U$, temos:

$$A - A = \varnothing$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} - \mathbf{B} = \varnothing$$

- Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos:

$$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \varnothing$$

$$\mathbf{A} - \varnothing$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} - \mathbf{B} = \varnothing$$

- Observação:

Seja $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{U}$, temos:

$$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \varnothing$$

$$\mathbf{A} - \varnothing = \mathbf{A}$$

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo U e o conjunto $A \subseteq U$.

- O complemento de A que denotamos por $\overline{A}$ é o conjunto formado por todos os elementos de U que não estão em A.

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo U e o conjunto $A \subseteq U$.

- O complemento de A que denotamos por $\overline{A}$ é o conjunto formado por todos os elementos de U que não estão em A.

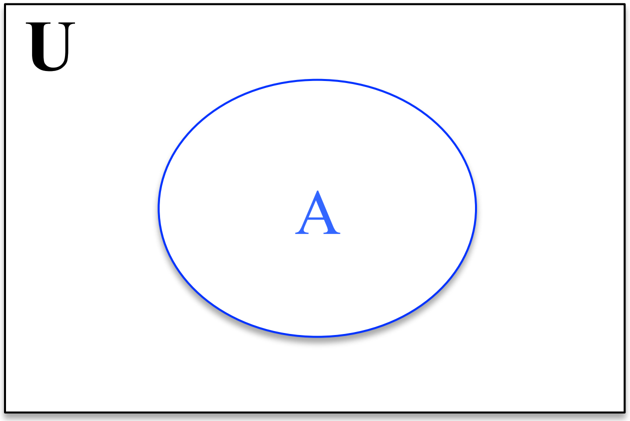
Isto é, $\overline{A} = U - A$.

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo U e o conjunto $A \subseteq U$.

- O complemento de A que denotamos por $\overline{A}$ é o conjunto formado por todos os elementos de U que não estão em A.

Isto é, $\overline{A} = U - A$.



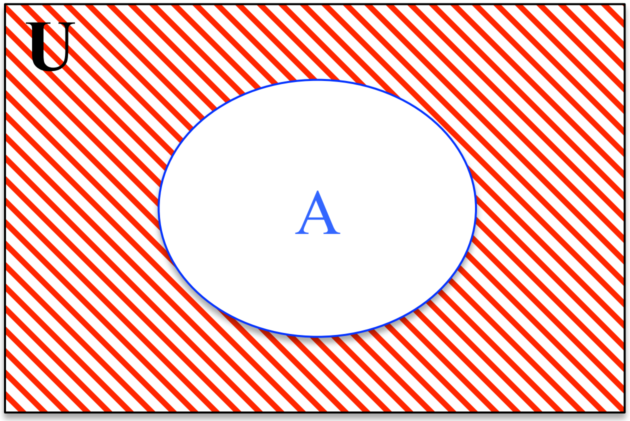
$\overline{A} =$

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo U e o conjunto $A \subseteq U$.

- O complemento de A que denotamos por $\overline{A}$ é o conjunto formado por todos os elementos de U que não estão em A.

Isto é, $\overline{A} = U - A$.



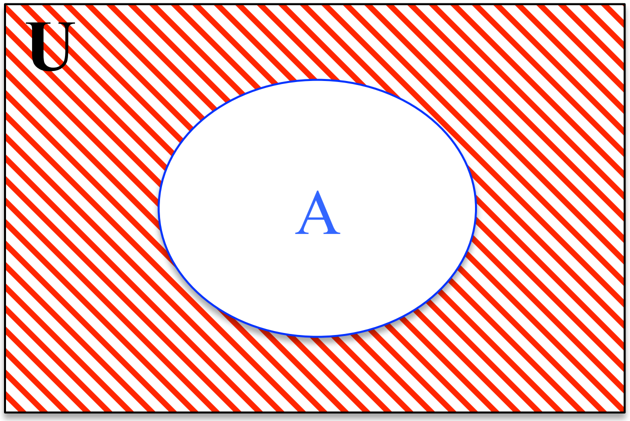
$\overline{A} =$

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo U e o conjunto $A \subseteq U$.

- O complemento de A que denotamos por $\overline{A}$ é o conjunto formado por todos os elementos de U que não estão em A.

Isto é, $\overline{A} = U - A$.



$$\overline{A} = \{x \in U \mid x \in U \text{ e } x \notin A\}$$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

3. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

3. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\} =$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

3. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\} = \{1, 2\}$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

Observações:

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$$B - A = B \cap \overline{A}$$

Observações:

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$$B - A = B \cap \overline{A}$$

$$A \cup \overline{A}$$

Observações:

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$$B - A = B \cap \overline{A}$$

$$A \cup \overline{A} = U$$

Observações:

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$$B - A = B \cap \overline{A}$$

$$A \cup \overline{A} = U$$

$$A \cap \overline{A}$$

Observações:

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$$B - A = B \cap \overline{A}$$

$$A \cup \overline{A} = U$$

$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}}$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

$$\overline{\varnothing}$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

$$\overline{\varnothing} = \mathbf{U} \quad (\overline{\varnothing} = \mathbf{U} - \varnothing)$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

$$\overline{\varnothing} = \mathbf{U} \quad (\overline{\varnothing} = \mathbf{U} - \varnothing)$$

$$\overline{\overline{\mathrm{A}}}$$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

$$\overline{\varnothing} = \mathbf{U} \quad (\overline{\varnothing} = \mathbf{U} - \varnothing)$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Identidades básicas:

Comutatividade

1. $A \cup B = B \cup A$

Identidades básicas:

➡ <u>Comutatividade</u>

1. $A \cup B = B \cup A$

2. $A \cap B = B \cap A$

Identidades básicas:

Comutatividade

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$

Associatividade

3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$

Identidades básicas:

Comutatividade

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$

Associatividade

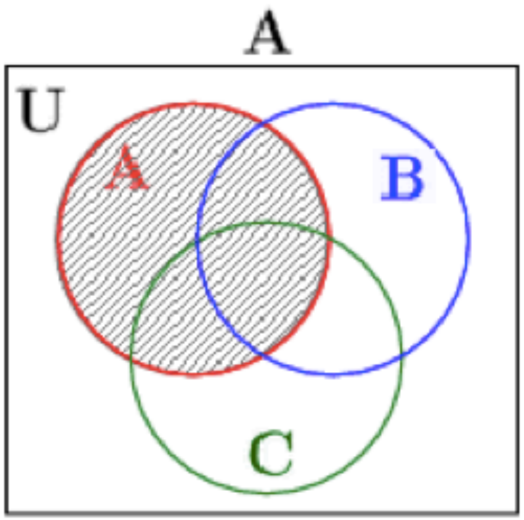
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$
4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$

Distributividade

5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

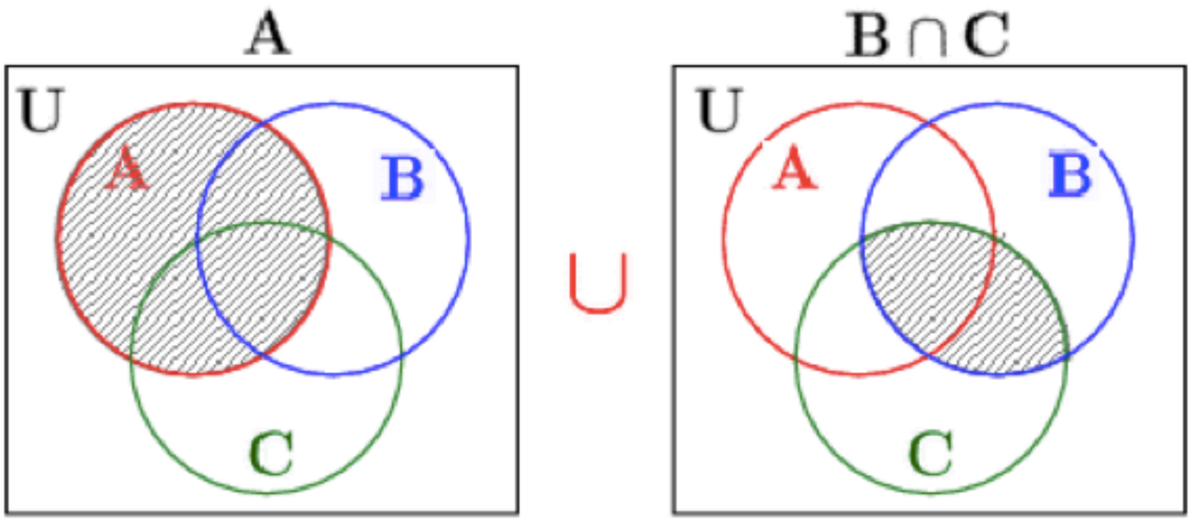
Distributividade

5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



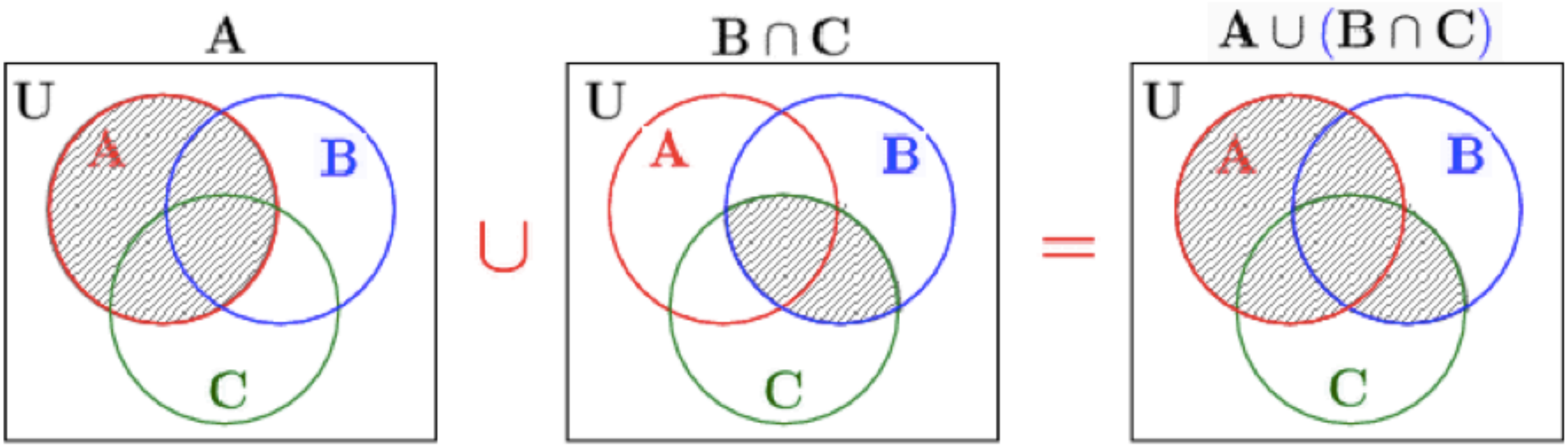
Distributividade

5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



Distributividade

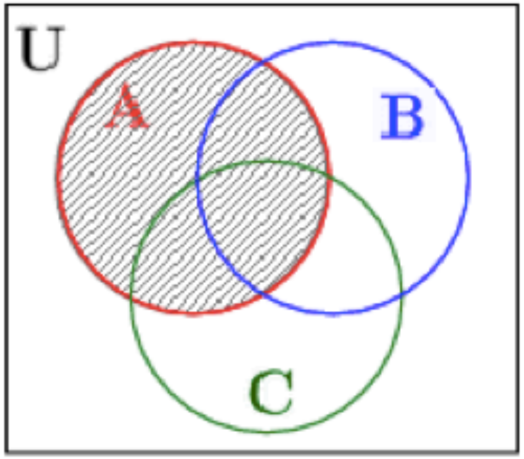
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



Distributividade

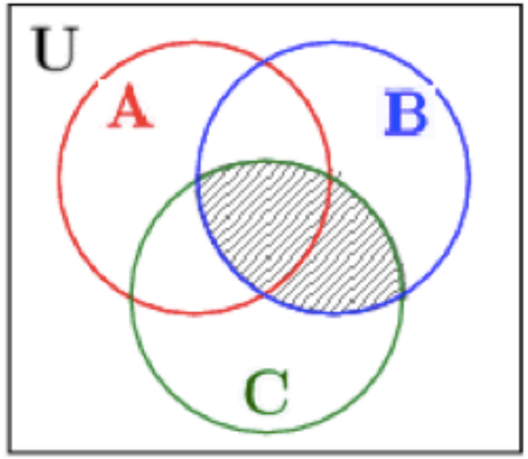
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

A



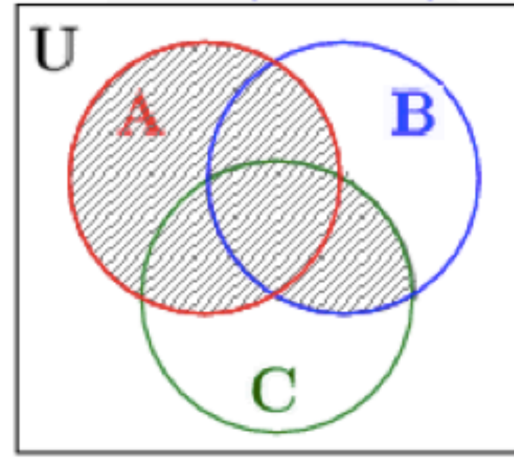
$\cup$

$B \cap C$

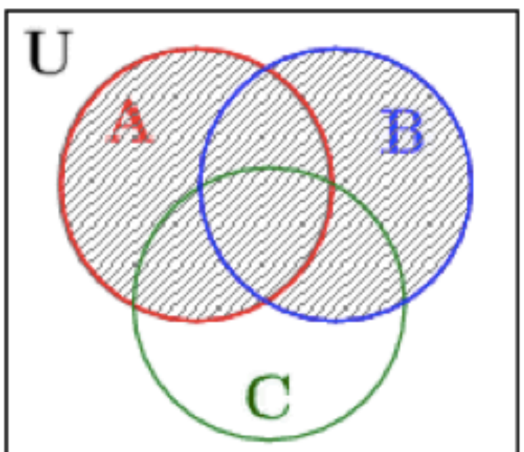


$=$

$A \cup (B \cap C)$



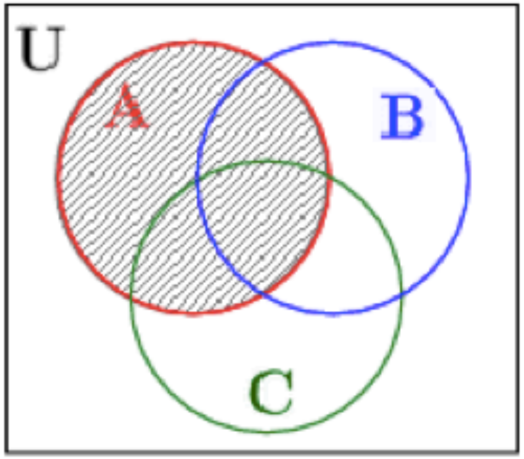
$A \cup B$



Distributividade

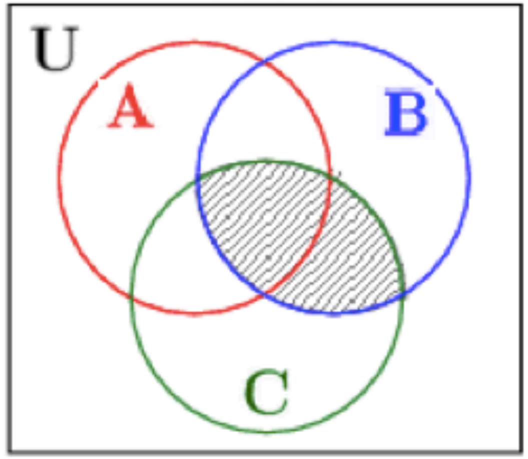
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

A



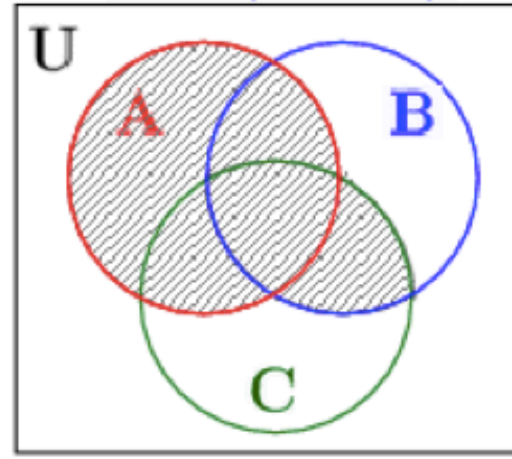
$\cup$

$B \cap C$

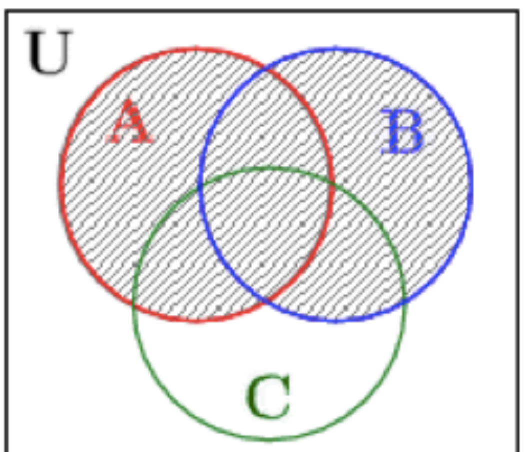


$=$

$A \cup (B \cap C)$

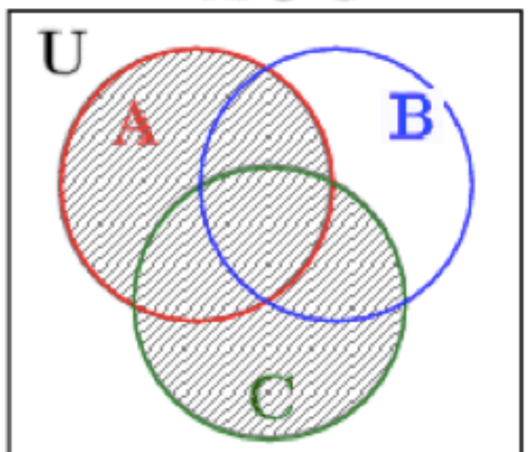


$A \cup B$



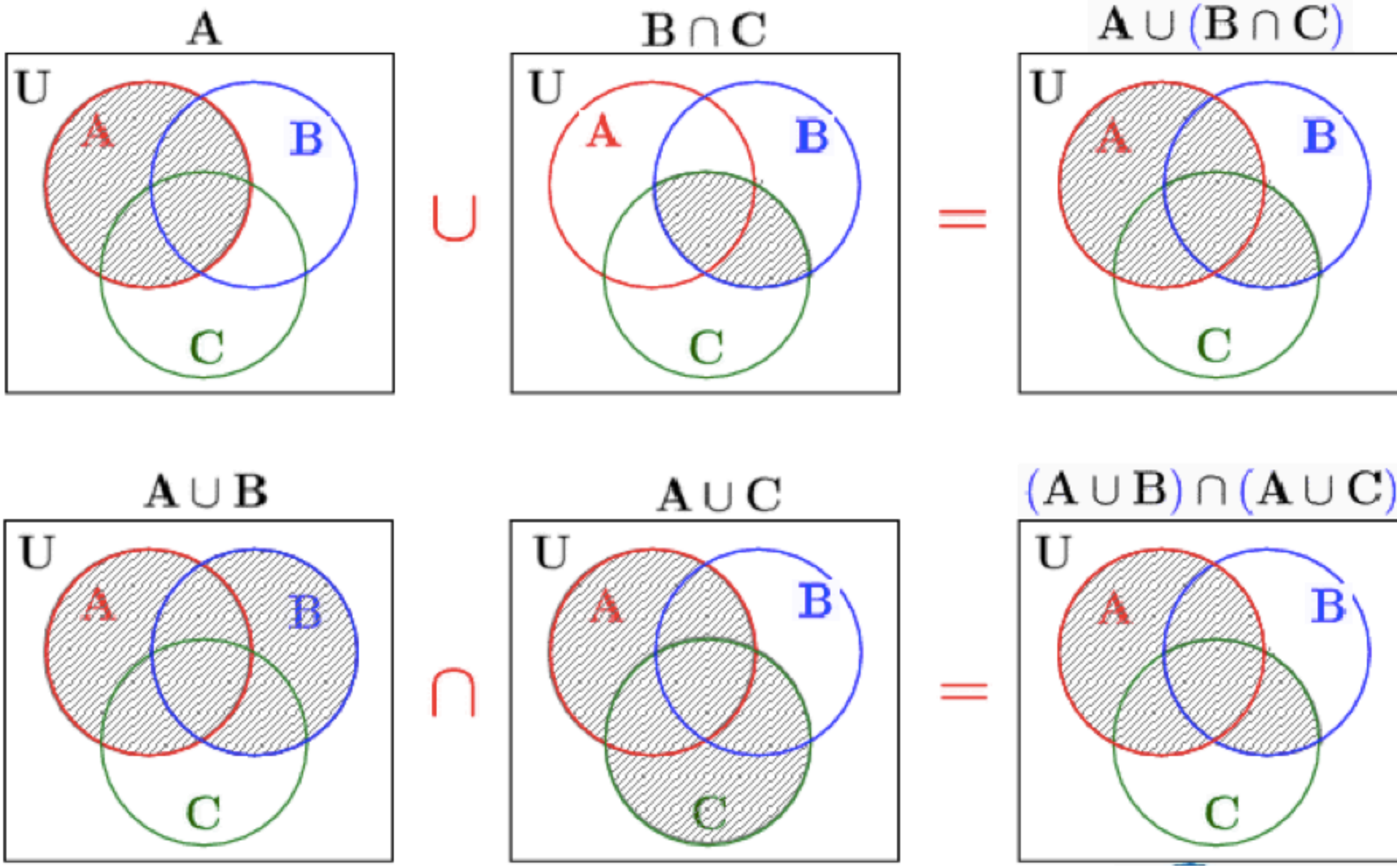
$\cap$

$A \cup C$



Distributividade

5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



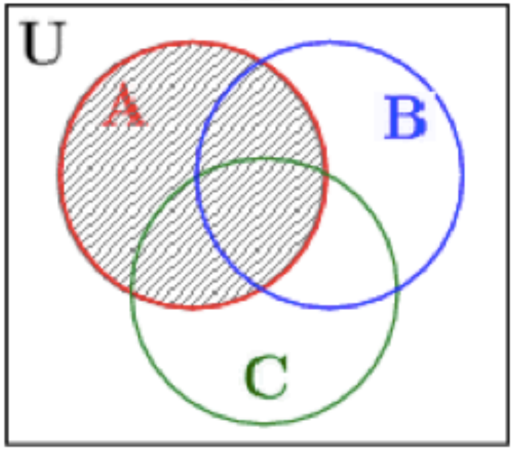
Distributividade

6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$

Distributividade

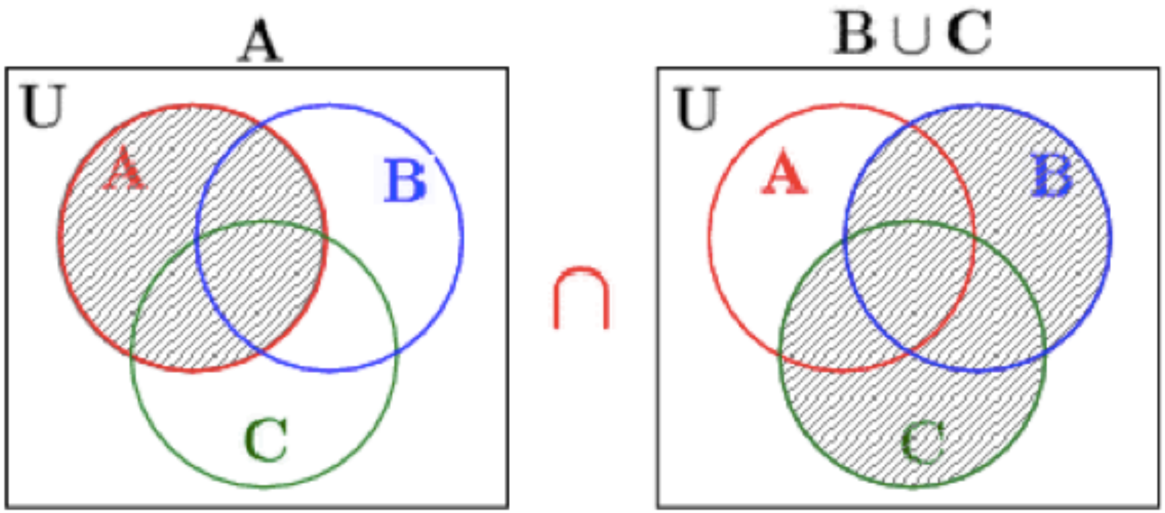
6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$

A



Distributividade

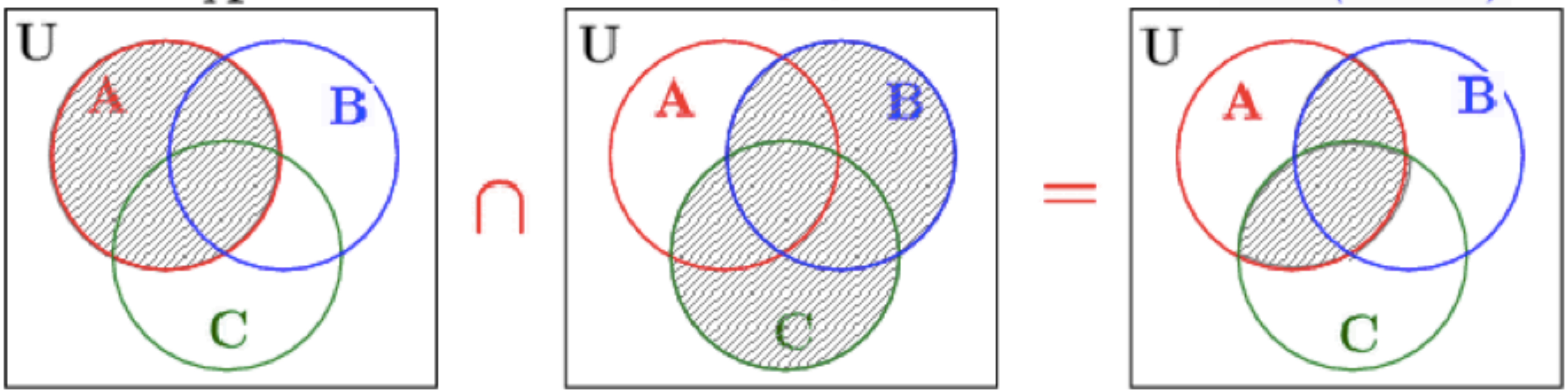
6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$



Distributividade

6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

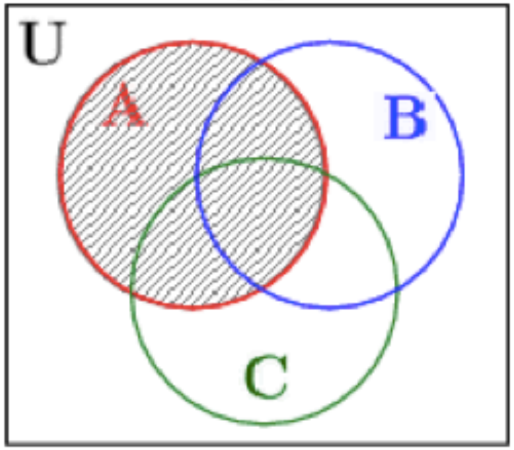
A $\qquad\qquad$ $B \cup C$ $\qquad\qquad$ $A \cap (B \cup C)$



Distributividade

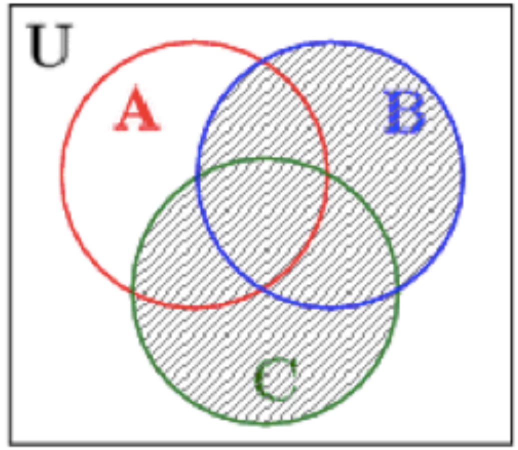
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

A



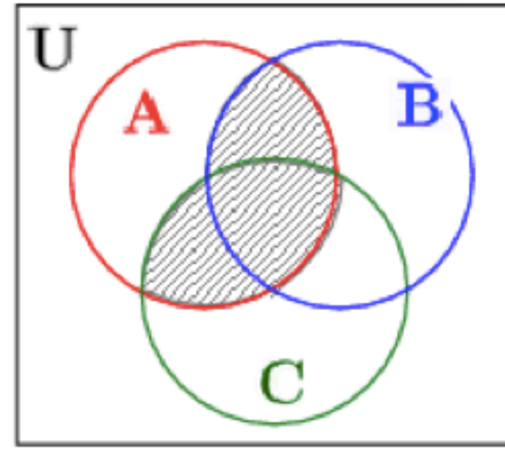
$\cap$

$B \cup C$

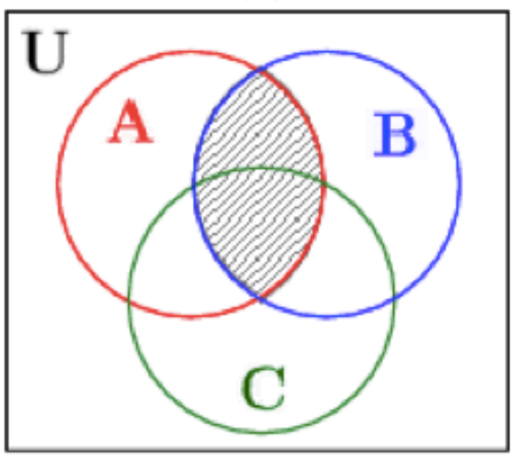


$=$

$A \cap (B \cup C)$

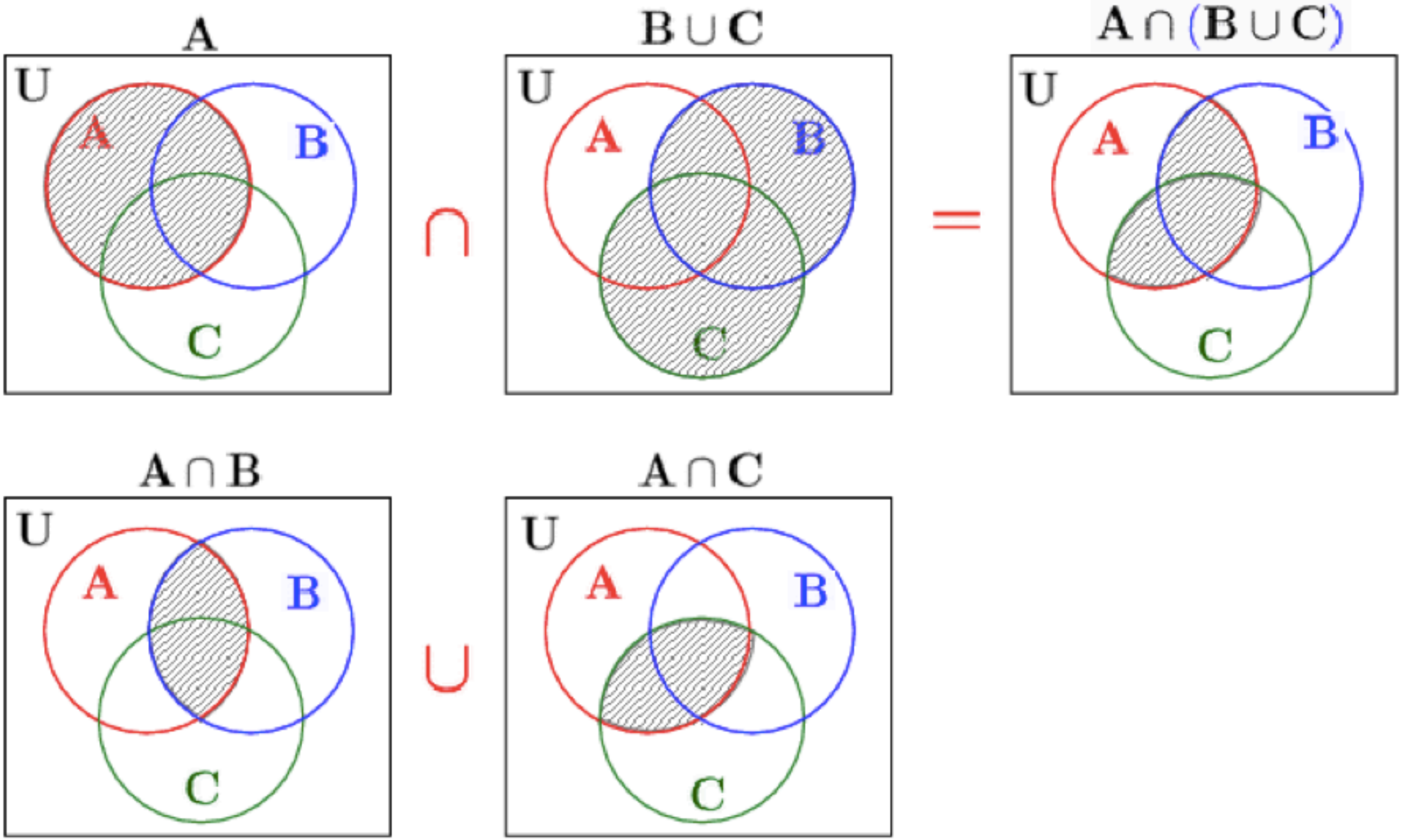


$A \cap B$



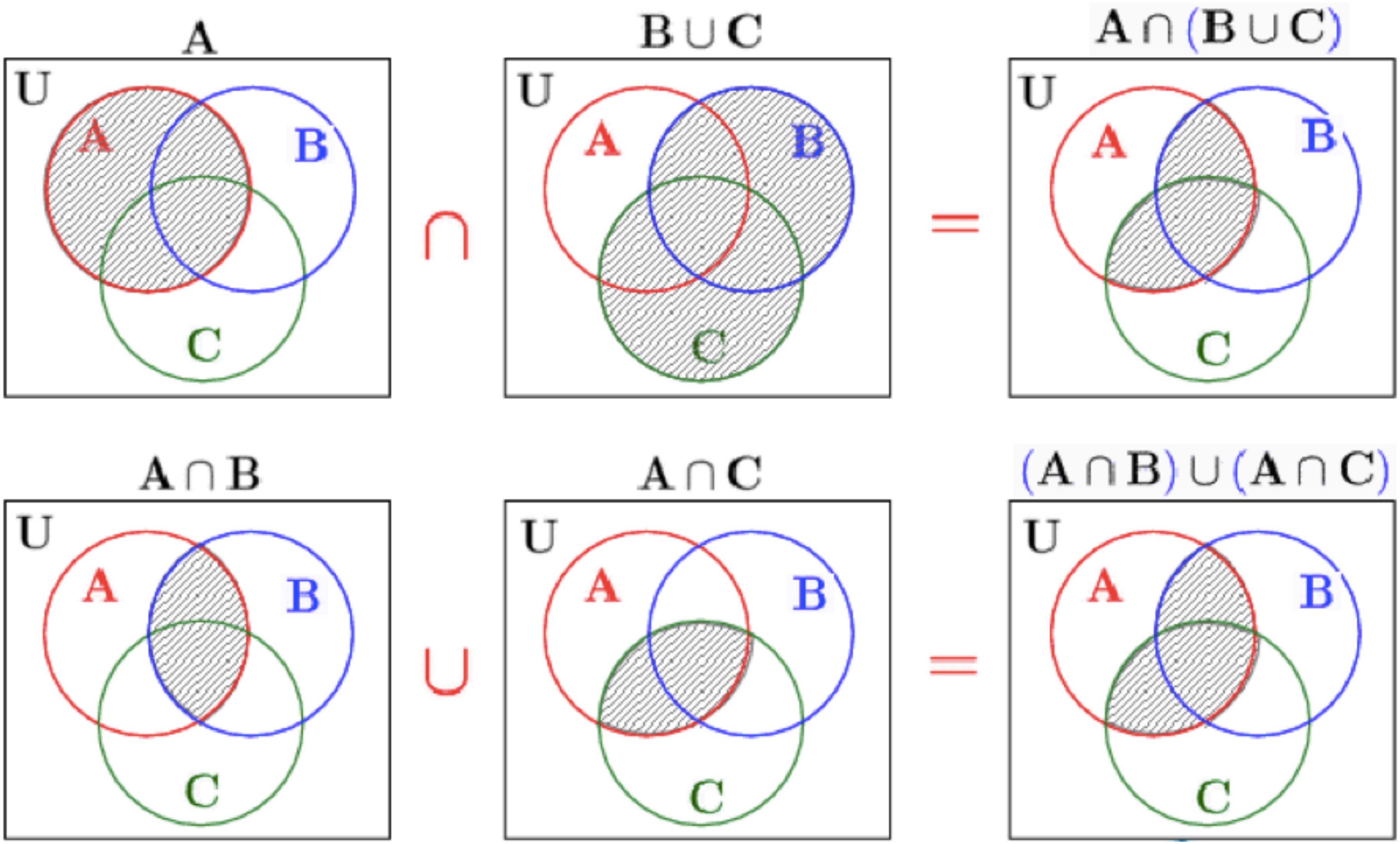
Distributividade

6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$



Distributividade

6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

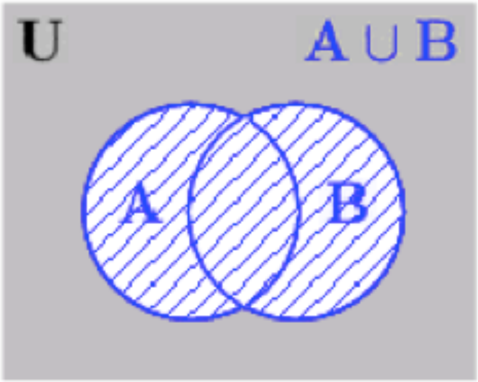


Leis de Morgan

7. $(\overline{\mathbf{A} \cup \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$

Leis de Morgan

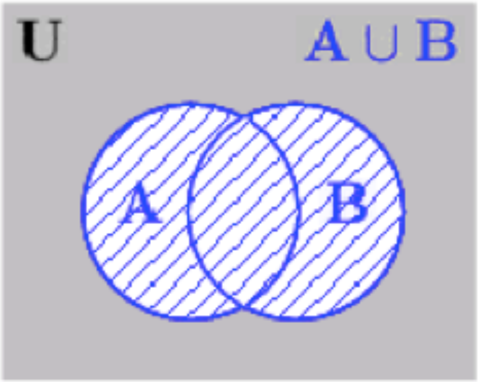
7. $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$



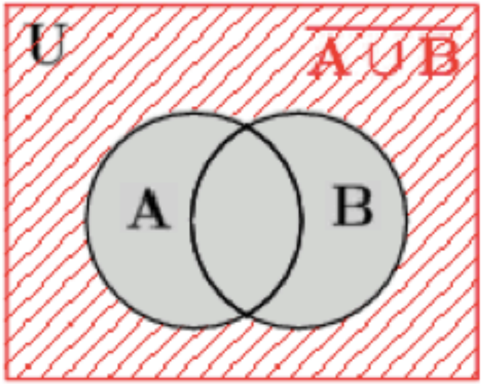
Leis de Morgan

7. $(\overline{A \cup B}) = \overline{A} \cap \overline{B}$

$(\overline{A \cup B}) = U - (A \cup B)$

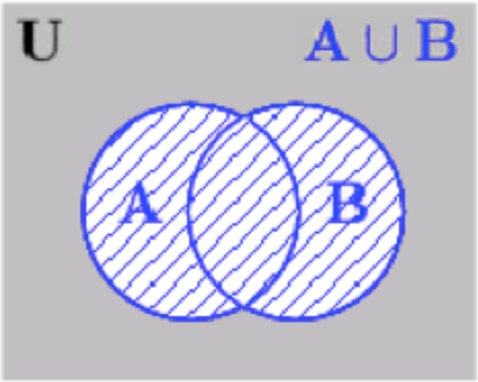


$\Rightarrow$



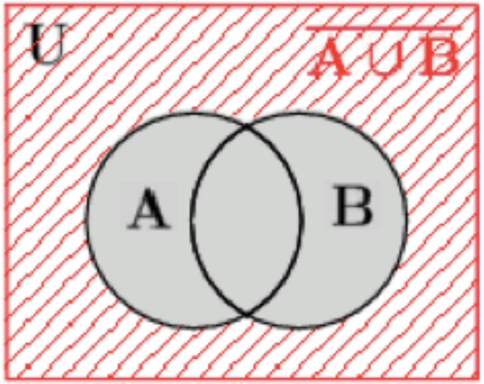
Leis de Morgan

7. $(\overline{A \cup B}) = \overline{A} \cap \overline{B}$

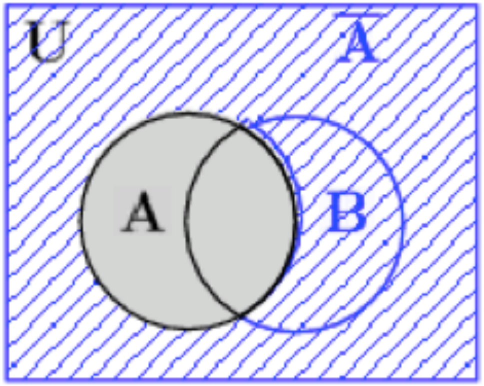


$\Rightarrow$

$(\overline{A \cup B}) = U - (A \cup B)$



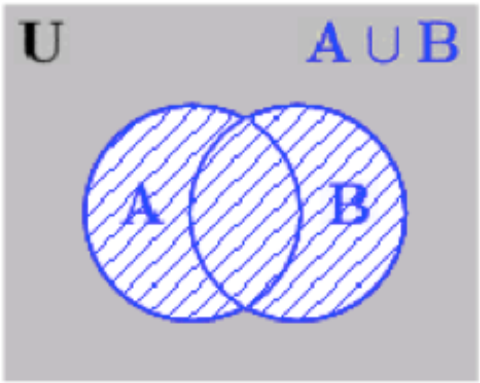
$\overline{A} = U - A$



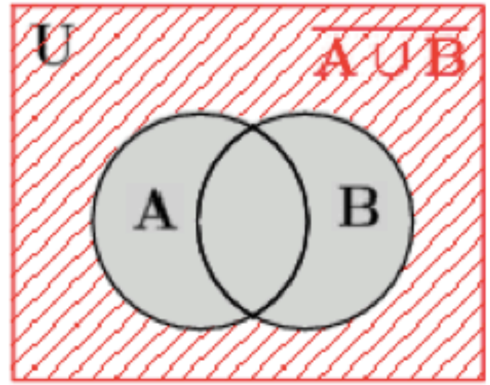
Leis de Morgan

7. $(\overline{A \cup B}) = \overline{A} \cap \overline{B}$

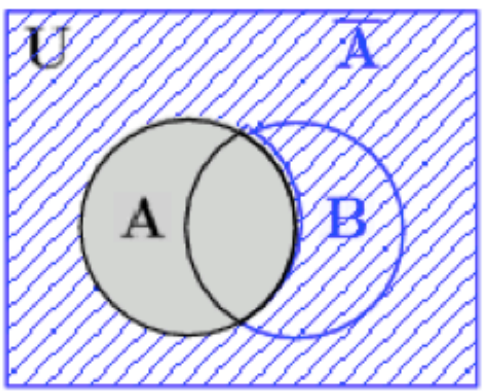
$(\overline{A \cup B}) = U - (A \cup B)$



$\Rightarrow$

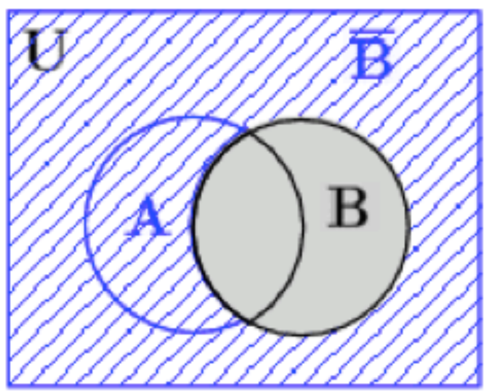


$\overline{A} = U - A$



$\cap$

$\overline{B} = U - B$

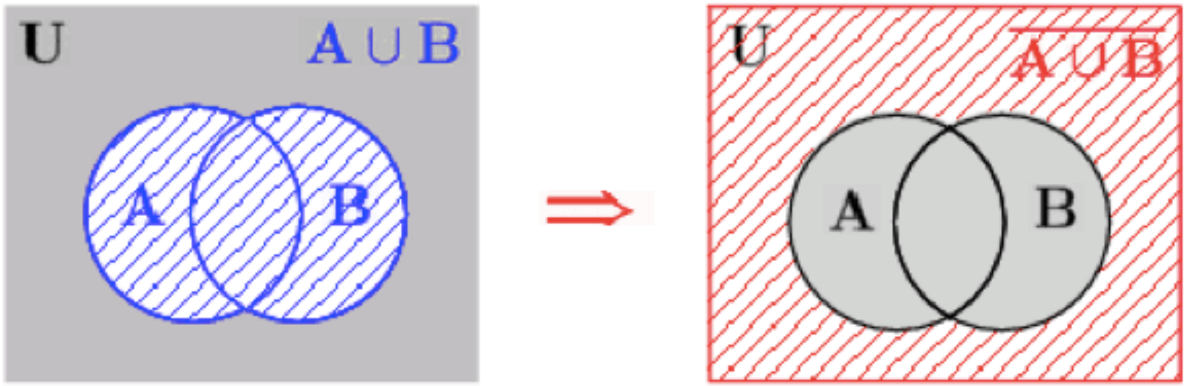


$=$

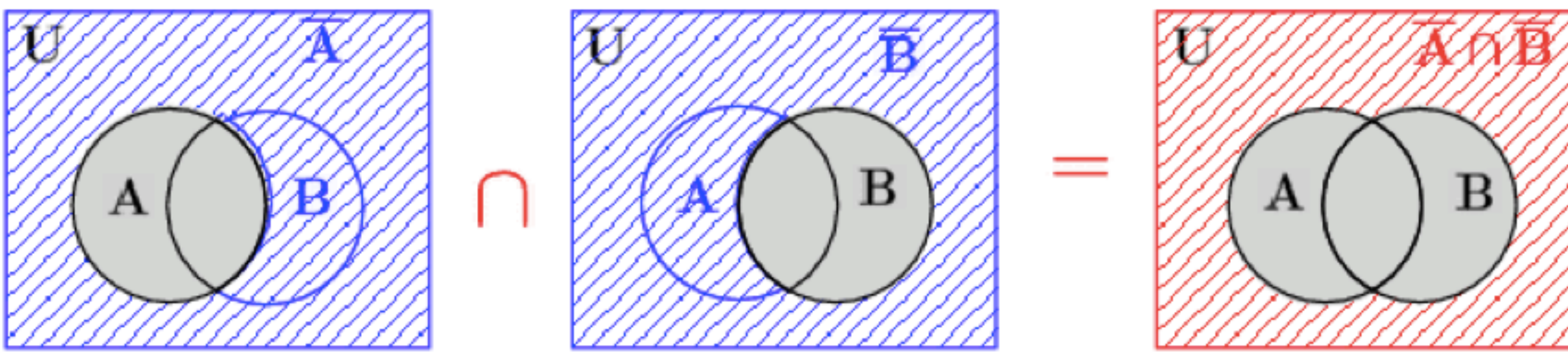
Leis de Morgan

7. $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{(A \cup B)} = U - (A \cup B)$



$\overline{A} = U - A$ $\qquad$ $\overline{B} = U - B$ $\qquad$ $\overline{A} \cap \overline{B}$

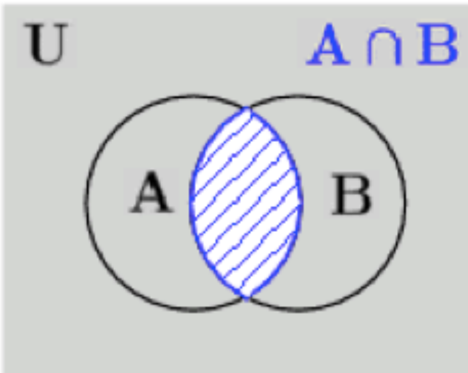


Leis de Morgan

8. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

Leis de Morgan

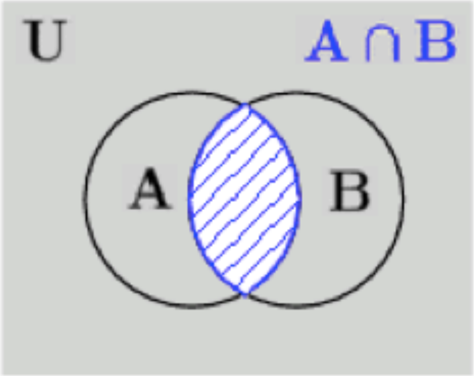
8. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$



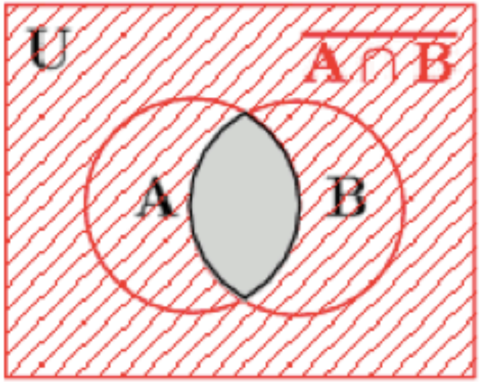
Leis de Morgan

8. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

$(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \mathbf{U} - (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$



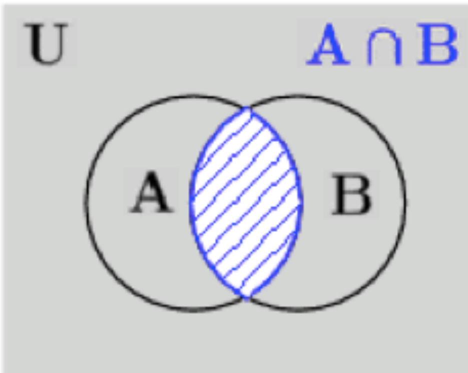
$\Rightarrow$



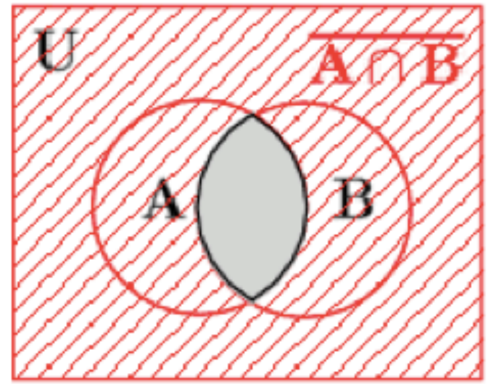
Leis de Morgan

8. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

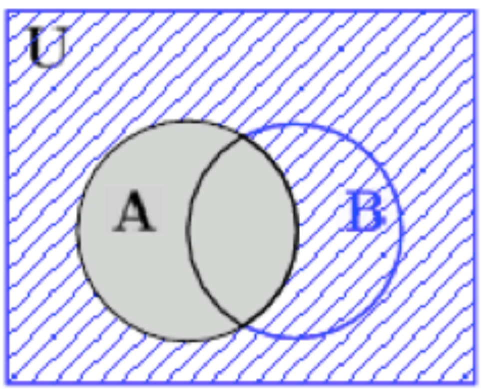
$(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \mathbf{U} - (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$



$\Rightarrow$



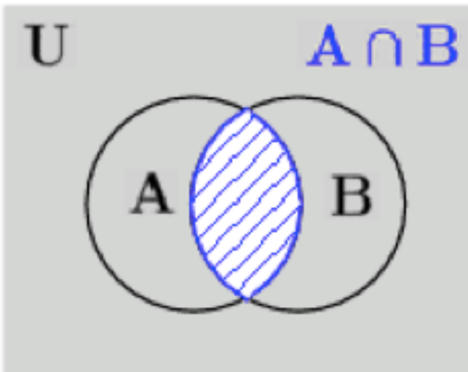
$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U} - \mathbf{A}$



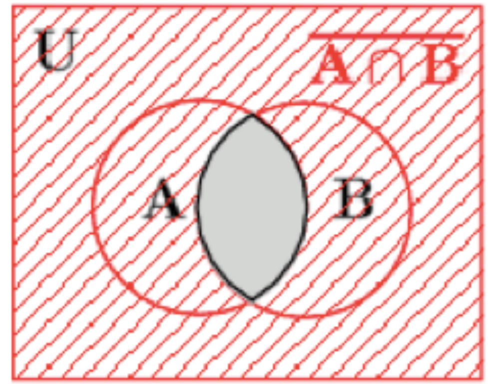
Leis de Morgan

8. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

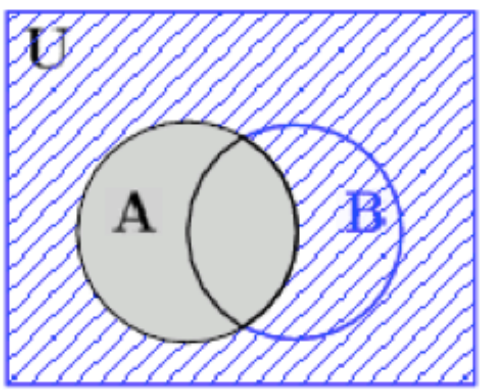
$$(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) = \mathbf{U} - (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$$



$\Rightarrow$

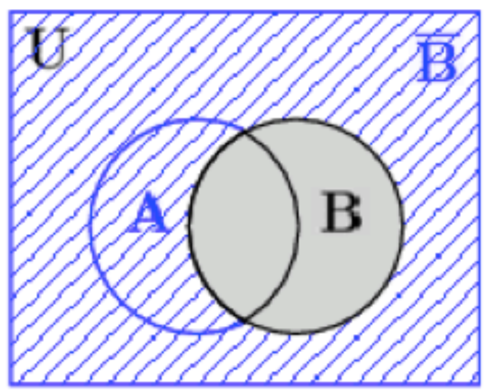


$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U} - \mathbf{A}$



$\cup$

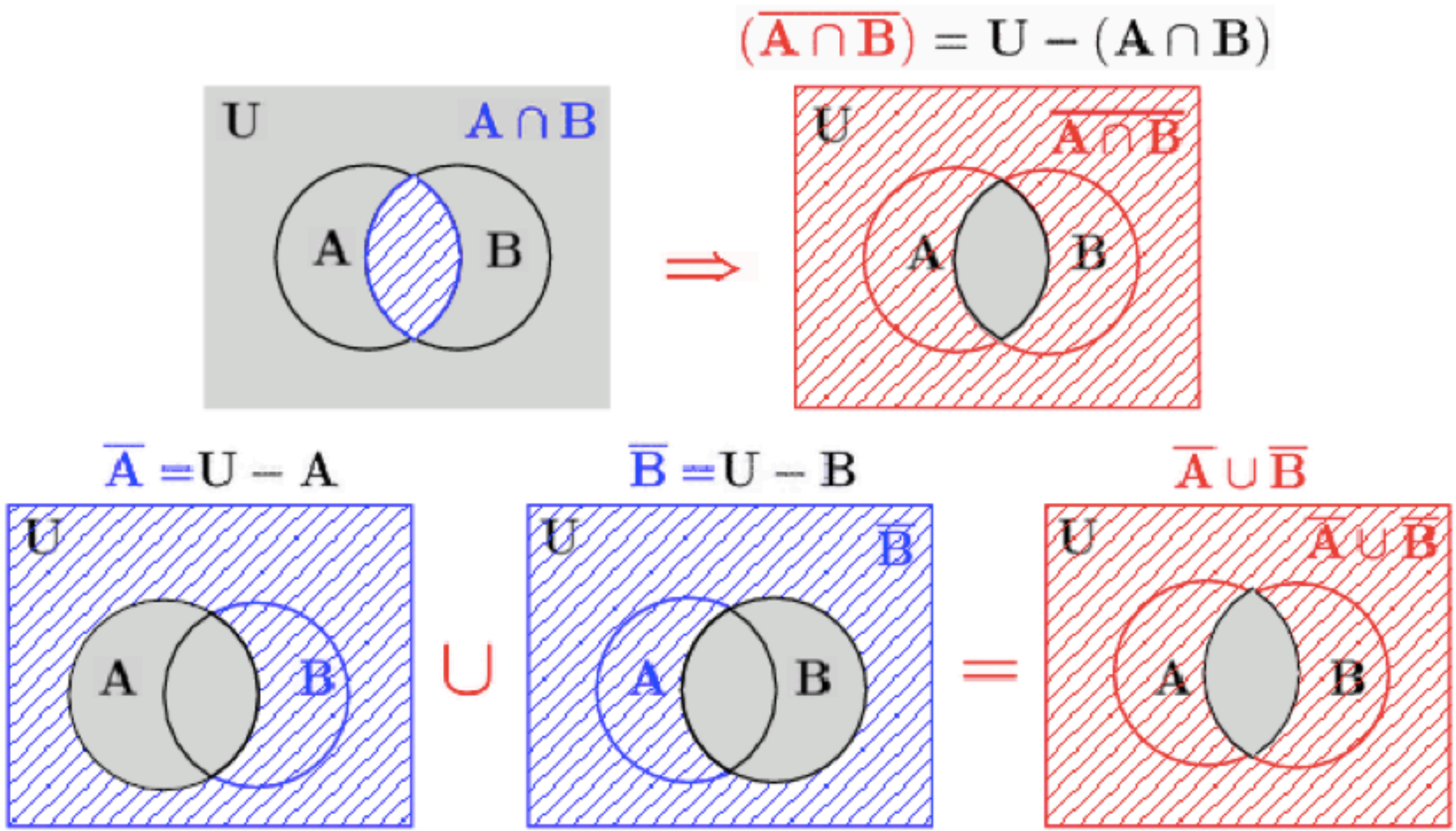
$\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{U} - \mathbf{B}$



$=$

Leis de Morgan

8. $(\overline{A \cap B}) = \overline{A} \cup \overline{B}$



Prova formal da identidade 5:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ou seja,

(1) $A \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap (A \cup C)$

e

(2) $(A \cup B) \cap (A \cup C) \subseteq A \cup (B \cap C)$

- Prova de (1) :

  Dado $x \in \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$, mostraremos que

  $x \in (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$:

$x \in \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$

- Prova de (1) :

  Dado $x \in \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$, mostraremos que

  $x \in (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$:

$x \in (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$

Exercícios

1. Sejam $\mathbf{U} = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad \mathbf{A} = \{0, 4\}, \quad \mathbf{B} = \{0, 1, 2, 3\}$
$\mathbf{C} = \{1, 4\}, \quad \mathbf{D} = \{0, 1\}$

Determine os seguintes conjuntos:

a. $A \cup B$

b. $B \cap C$

c. $A \cap \overline{B}$

d. $A \cup (B \cap C)$

e. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

f. $(\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C})$

g. $A \cup \overline{B}$

h. $A - B$

i. $B - \overline{A}$

j. $A \cup (B \cap C \cap D)$

2. Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Represente por meio de diagramas de Venn as seguintes situações.

(i) $A \subset B \subset C$

(ii) $A \cap B = \varnothing$, $A \cap C = \varnothing$, $B \cap C = \varnothing$,

(iii) $A \subseteq B \cup C$

(iv) $A \subseteq \overline{B}$

(v) $A \subseteq B - C$

3. Verifique, usando os diagramas de Venn as seguintes igualdades:

(i) $(A - B) \cup B = A \cup B$

(ii) $(A - B) \cap B = \varnothing$

(iii) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

(iv) $A - B = A \cap \overline{B}$

(v) $(\overline{\overline{A}}) = A$

(vi) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

4. Mostre que

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \text{ e } \mathbf{A} \subseteq \mathbf{C} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$$

5. Mostre que

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \overline{\mathbf{B}} \subseteq \overline{\mathbf{A}}$$

6. Dados os conjuntos $\mathbf{C} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 2\}$,

$$\mathbf{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\},$$

$$\mathbf{E} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 6\},$$

verifique que $\mathbf{C} \cap \mathbf{D} = \mathbf{E}$.

7. Considere $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x^2 \leq 300\}$,

$\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 3x - 2 \leq 30\}$. Calcule:

(i) $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$

(ii) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$

(iii) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$

(iv) $\mathbf{B} - \mathbf{A}$

(v) $\overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$

(vi) $\overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

8. Dado $\mathbf{C} = \{2, -1, 5\}$, considere o conjunto universo sendo o conjunto de partes d $\mathbf{C}$, $\mathbf{U} = P(\mathbf{C})$. Calcule:

(i) $\overline{\mathbf{A}}$

(ii) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$

para $\mathbf{A} = \{\{2, -1\}, \{2\}\}$, $\mathbf{B} = \{\{5\}, \{2, -1, 5\}, \{-1, 2\}\}$.

9. Use a propriedade distributiva da interseção em relação a união de conjuntos para provar que $(A \cap D) \cup \overline{D} = A \cup \overline{D}$. Verifique a igualdade usando o diagrama de Venn.

10. Prove que $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$
Dica: a igualdade $A - B = A \cap \overline{B}$ (vista no exercício 2 (iv)), uma propriedade distributiva de conjuntos e uma das leis de Morgan.

11. Dados os seguintes conjuntos:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 7\}, \ \mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 7\}.$$

Verifique que:

(i) $\mathbf{A} = \mathbf{B}$

(ii) $\overline{\mathbf{A}} \neq \overline{\mathbf{B}}$